

**EVALUASI DINAMIKA STRUKTUR PADA BALOK KANTILEVER FIX- FREE
DENGAN MENGGUNAKAN ANALISA METODE ELEMEN HINGGA**

Tony Siagian¹, Derlini Derlini¹, Misdawati²

¹Prodi Teknik Mesin Fakultas Teknik Dan Ilmu Komputer

Universitas Pembinaan Masyarakat Indonesia

Jalan Teladan No 15 Medan. Telp : 061-7362927

²Prodi Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Alwashliyah Medan

Jl. Sisingamangaraja Km 5.5 No.10 Medan. Telp/fax : 061-7851881

E-mail: siagianTony@upmi.ac.id

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mengevaluasi karakteristik beban dinamis yang terjadi pada balok yang dijepit salah satu ujung dan ujung yang lain kondisi bebas. Pada salah satu ujung batang diberikan pembebanan sehingga akan menyebabkan terjadinya beban dinamis pada batang yang lebih besar. Metode yang digunakan untuk menganalisa dinamika struktur batang kantilever ini menggunakan metode elemen hingga. Batang kantilever akan dibagi dalam empat elemen dan mempunyai 10 titik nodal, nodal bergetar terjadi pada nodal 3 sampai dengan nodal 10. Dari hasil perhitungan menggunakan analisa matrik kekakuan dan massa diperoleh nilai defleksi terbesar pada nodal 9 dengan nilai defleksi 0.2555 m dan putaran sudut terbesar terjadi pada titik nodal nomor 10 yaitu sebesar 0.0958 rad. Dengan mengasumsikan berat batang kantilver diabaikan diperoleh reaksi pada tumpuan batang dijepit sama dengan besarnya beban yang diberikan pada nodal 9 dengan arah yang berlawanan untuk menahan batang tidak turun yaitu -100 N. Makin jauh titik nodal dari ujung batang yang diberikan pembebanan maka makin kecil defleksi yang terjadi termasuk putaran sudut juga akan lebih kecil. Pemilihan bahan balok, dimensi balok, metode pemasangan balok serta penentuan beban luar yang diberikan sangat menentukan faktor keamanan konstruk balok kantilever.

Kata kunci : Dinamis, Defleksi, Kekakuan, Massa.

ABSTRACT

This study aims to evaluate the characteristics of the dynamic load that occurs on the beam clamped at one end and the other end in a free condition. At one end of the rod a load is given so that it will cause a larger dynamic load on the rod. The method used to analyze the dynamics of this cantilever rod structure uses the Finite Element Method. The cantilever rod will be divided into four elements and has 10 nodal points, vibrating nodes are occurred at node 3 until node 10. By using stiffness and mass matrix analysis, found that the largest deflection value is obtained at node 9 with a deflection value of 0.2555 m and the largest angular rotation occurs at node number 10, which is 0.0958 rad. By assuming the weight of the cantilever bar is ignored, the reaction at the clamped rod support is obtained equal to the magnitude of the load given at node 9 in the opposite direction to keep the rod prevent from falling, which is -100 N. The farer distance of nodal point from the end of the bar that is given the load then the smaller the deflection that occurs, including the angular rotation will also be smaller. The selection of beam materials, beam dimensions, beam installation methods and determination of the external load greatly determine the safety factor of the cantilever beam construction.

Keyword: Dynamic, Deflection, Stiffness, Mass

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Beban dinamis merupakan beban yang nilainya tidak tetap terhadap waktu dan arahnya pun bisa berganti-ganti dengan cepat (Theodore *et al.*, 2022). Kondisi ini perlu diantisipasi dalam hal perencanaan struktur sehingga aman dalam penggunaannya sesuai pembebanan yang diterima oleh struktur balok tersebut agar diperoleh perancangan yang aman (Disabella *et al.*, 2022). Karena bahan yang digunakan untuk infrastruktur harus memiliki keunggulan yang sesuai dengan kebutuhan bahan yang digunakan ini, bahan yang digunakan untuk infrastruktur harus mampu menahan beban besar dengan dimensi penampang yang efisien, dan kekuatan harus tidak terpengaruh oleh perubahan sifat atau durasi pemakaian material. Suatu struktur dikatakan kuat atau aman apabila struktur tersebut mampu memikul segala gaya, tegangan dan juga lendutan yang mungkin timbul akibat dari pembebanan yang bersifat sementara.

Faktor geometri memberikan pengaruh karena adanya variasi regangan energi pada struktur (Saravanan *et al.*, 2020), komponen sambungan seperti ukuran baut, sudut penampang, tepi dan jarak telah memberikan pengaruh yang besar dalam pemilihan material (Kamarudin *et al.*, 2020). Hambatan atau kesulitan sering menghambat proses konstruksi, menyebabkan pekerjaan tertundanya proyek konstruksi dan kendala tersebut dapat disebabkan factor eksternal dan internal (Shinta dan I Nyoman, 2024). Maka perancang bahan yang digunakan dalam konstruksi perlu mengerti karakteristik suatu bahan. Dalam hal menganalisis struktur bangunan ada juga yang menggunakan Analisa Riwayat waktu (Time History Analysis) yaitu Analisa tahap demi tahap dari response dinamik dari struktur untuk pembebanan yang ditetapkan berubah-ubah sesuai dengan waktu (Misdi dan Hamzah, 2025).

Penelitian struktur kantilever termasuk bagian penelitian mekanika structural pada balok, dalam hal ini dilakukan dengan mengatur salah satu ujung balok yang dijepit serta ujung lainnya kondisi tidak terjepit (*free*), berikutnya dilakukan pembebanan

pada batas kekuatan yang paling besar dari nilai pembebanan yang diijinkan dan pada penelitian ini material yang digunakan adalah bahan yang kaku. Saat merancang komponen mesin untuk suatu struktur, kekuatan, kekakuan, dan elastisitas bahan yang digunakan harus diperhatikan. Studi tentang gaya yang bekerja pada sistem struktural dalam keadaan stasioner harus ditingkatkan untuk menentukan kualitas material. Keberhasilan variabel pekerjaan struktur sejalan juga dengan standar mutu yang lebih tinggi. (Shinta dan I Nyoman, 2024). Penelitian ini bertujuan mengevaluasi beban dinamis yang terjadi pada balok dengan adanya pembebanan yang diberikan pada balok meliputi distribusi pembebanan.

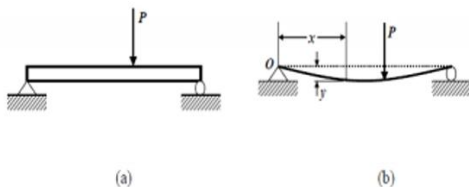
Tinjauan Pustaka

Pengertian Defleksi

Batang tekuk atau balok kantilever adalah struktur yang akan dibebani secara dinamis. Beban bervariasi sepanjang waktu dalam gaya konstruksi dapat didefinisikan sebagai beban dinamis. Besar, arah, dan titik pangkat adalah tiga bentuk variasi beban dinamik. Adapun respon struktur ini bekerja pada defleksi dan tegangan yang berubah seiring waktu, baik dalam respon dinamik maupun statik (Ahmad, 2013). Setiap bagian balok akan menekuk atas adanya defleksi karena pembebanan di atasnya. Dengan memiliki defleksi yang tidak sama di setiap bagian balok, sehingga dihasilkan sudut putar atau *rotate angular*. Defleksi dan kemiringan balok dapat diukur melalui analisis balok. Pengujian defleksi sangat penting dilakukan pada material guna untuk mengetahui kelenturan benda uji ketika mengalami suatu pembebanan, karena defleksi/kelenturan merupakan salah satu faktor penting dalam suatu perancangan konstruksi mesin maupun bangunan, sehingga diperoleh konstruksi yang kokoh atau dapat menerima beban sesuai dengan rancangan (Basori *et al.*, 2015).

Nilai defleksi yang timbul tergantung pada beberapa hal antara lain (Yusuf *et al.*, 2020):

1. Karakteristik kekakuan batang (Elastisitas modulus)
2. Lokasi batang dalam kaitannya dengan beban dan ukuran batang, yang biasanya dilambangkan dengan jumlah momen inersia batang.
Besarnya pembebanan yang diterima



Gambar 1. Balok sebelum dan Setelah Defleksi

Berdasarkan model matematika, kekakuan lentur dan kerapatan linier bergantung pada dimensi baik lebar, ketebalan, modulus Young, dan kerapatan (Yang *et al.*, 2024).

Berbagai Jenis tumpuan Balok

1. Tumpuan Engsel, tumpuan engsel merupakan suatu tumpuan yang dapat menerima dua jenis gaya reaksi berupa gaya dari arah vertikal dan juga horizontal (Mustopa dan Naharuddin, 2005).
2. Tumpuan Rol; Tumpuan rol merupakan suatu tumpuan yang hanya mampu untuk menerima satu jenis gaya arah vertikal
3. Tumpuan Jepit; Tumpuan jepit adalah suatu tumpuan yang mampu menerima gaya selain arah vertical dan horizontal juga sebuah momen akibat jepitan dari dua penampang.

Penyusunan Matrik kekakuan dan Massa Elemen Balok

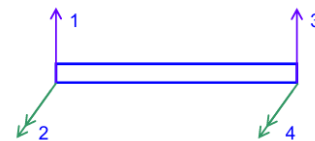
Matrik kekakuan dan matrik massa merupakan matrik untuk elemen balok pada kordinat lokal, dan matrik kekakuan dan massa untuk elemen lokal juga berlaku sama untuk elemen balok pada koordinat global karena struktur balok selalu berada pada kordinat bidang $x - y$ dan tidak pernah membentuk sudut pada sumbu x atau selalu sejajar sumbu x . (Wong, 2022). Bila balok kantilever mengalami getaran lentur melintang, diasumsikan bahwa sumbu netral setiap bagian balok tetap berada

pada bidang Oxy yang sama, dan juga sama dengan beban luar yang bekerja pada balok. Bila struktur balok menerima getaran dari ujung tetap, maka balok akan mengalami deformasi akibat lenturan yang menjadi deformasi utama balok. (Zhao *et al.*, 2020)



Gambar 2. Batang Kantilever

Kordinat nodal pada balok akan ditunjukkan seperti Gambar 3.



Gambar 3. Kordinat Nodal Balok

METODE PENELITIAN

Peralatan

Objek penelitian adalah sebuah batang kantilever yang diberikan pembebanan. Adapun peralatan utama yang dibutuhkan:

1. Laptop
2. Buku Panduan untuk Metode Elemen Hingga.

Tahapan Penelitian

Step 1 Penetapan Objek yang akan diteliti

Pada langkah ini penulis menetapkan objek penelitian

Step 2 Penetapan metode Penelitian

Untuk Langkah berikutnya adalah menentukan metodologi termasuk metode mendapatkan data yang dibutuhkan.

Step 3 Penentuan dasar literatur

Pada langkah ini dilakukan review literatur terkait untuk mendukung penelitian, termasuk teori dinamika struktur

Step 4 Melakukan Analisa Dinamika Struktur dengan Metode Elemen Hingga.

Dalam tahap ini dilakukan perhitungan dan analisa dinamika struktur menggunakan metode elemen hingga dengan menentukan matriks massa dan matriks kekakuan.

Step 5 Menganalisa hasil perhitungan dan mereview kesesuaian perhitungan

Pada tahap ini penelitian akan menganalisa hasil yang diperoleh dengan menggunakan matrik kekakuan dan matrik massa untuk setiap elemen.

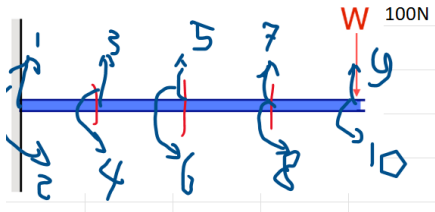
Step 6 Menetapkan Kesimpulan dan Saran

Penyusunan, penetapan hasil analisis yang dilakukan serta saran untuk perbaikan berikutnya.

PEMBAHASAN

Analisa Dinamika struktur pada batang dengan Metode Elemen Hingga.

Dari panjang batang kantilever yang di evaluasi, maka akan dibagi menjadi empat elemen seperti terlihat pada Gambar 4.



Gambar 4. Titik Nodal pada Batang

Adapun data batang kantilever yang digunakan sebagai berikut :

Modulus Elastisitas (E) = 210×10^{11} Pa

Momen Inersia (I) = $3,9761 \times 10^{-8}$ m⁴

Panjang Batang (L) = 1 m

Penyusunan Matrik Kekakuan dan Matrik Massa Elemen dan Global

Pada penelitian ini dilakukan perhitungan nilai kekakuan dan massa menggunakan metode elemen hingga (Tjong, 2021). Metode Elemen Hingga (MEH) merupakan teknik perhitungan yang paling umum digunakan untuk menyelesaikan masalah analisis struktur. Struktur harus dirancang dapat memikul gaya horizontal dan vertikal dan yang harus diperhatikan adalah bahwa struktur harus dapat

memberikan layanan yang sesuai dengan perancangan (Misdi dan Hamzah, 2025). Tujuan penggunaan model Metode Elemen Hingga adalah untuk memverifikasi keabsahan algoritma identifikasi, karena parameter intrinsik model Elemen Hingga dapat diketahui dan disesuaikan untuk memverifikasi keakuratan algoritma identifikasi (Tieneng *et al.*, 2020).

Metode ini ada dalam banyak software komersial analisis struktur yang digunakan oleh insinyur pada bidang teknik sipil, teknik mesin, teknik aeronautika, teknik perkapalan, dan bidang teknik lainnya. Matrik kekakuan dapat diperoleh dengan rumus dibawah ini (Hamzah, 2021).

$$[k] = \frac{2 \cdot E \cdot I}{\ell^3} \begin{bmatrix} 6 & 3\ell & -6 & 3\ell \\ 3\ell & 2\ell^2 & -3\ell & \ell^2 \\ -6 & -3\ell & 6 & -3\ell \\ 3\ell & \ell^2 & -3\ell & 2\ell^2 \end{bmatrix}$$

Dengan menyusun matrik kekakuan dengan data propertis batang diatas dengan cara metode elemen hingga maka dapat diperoleh matrik kekakuan seperti Tabel 1.

Tabel 1. Marik kekakuan batang kantilever

Nomor Nodal		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	R	100197	50098.6	-100197	50098.58535	0	0	0	0	0	u1=0	
2	0	50098.6	33399.1	-50099	16699.52845	0	0	0	0	0	u2=0	
3	0	-100197	-50099	200394	0	-100197	50098.6	0	0	0	u3	
4	0	50098.6	16699.5	0	66798.1138	-50099	16699.5	0	0	0	u4	
5	0	0	0	-100197	-50098.58535	200394	0	-100197	50098.6	0	u5	
6	0	0	0	50098.6	16699.52845	0	66798.1	-50099	16699.5	0	u6	
7	0	0	0	0	0	-100197	-50099	200394	0	-100197	50098.6	u7
8	0	0	0	0	0	50098.6	16699.5	0	66798.1	-50099	16699.5	u8
9	100	0	0	0	0	0	0	-100197	-50099	100197	-50099	u9
10	0	0	0	0	0	0	0	50098.6	16699.5	-50099	33399.1	u10

Dari data nilai matrik kekakuan untuk setiap nodal pada tabel diatas, maka dengan melakukan fungsi invers untuk setiap nodal yang bergetar, maka akan diperoleh matrik kekakuan bergetar pada nodal seperti terlihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Susunan Marik Kekakuan pada Nodal Bergetar

Nodal	3	4	5	6	7	8	9	10	F(N)
u3	3.99213E-05	5.98819E-05	9.98032E-05	5.98819E-05	0.00015969	5.98819E-05	0.000219567	5.98819E-05	0
u4	5.98819E-05	0.0001198	0.00017964	0.000119764	0.00029941	0.000119764	0.000419174	0.000119764	0
u5	9.98032E-05	0.0001796	0.00031937	0.000239528	0.0005589	0.000239528	0.000798426	0.000239528	0
u6	5.98819E-05	0.0001198	0.000239528	0.000239528	0.00047906	0.000239528	0.000718583	0.000239528	0
u7	0.000159685	0.0002994	0.000558898	0.000479055	0.00107787	0.000538937	0.001616812	0.000538937	0
u8	5.98819E-05	0.0001198	0.000239528	0.000239528	0.00053894	0.000359292	0.000898229	0.000359292	0
u9	0.000219567	0.0004192	0.000798426	0.000718583	0.00161681	0.000898229	0.002554962	0.000958111	100
u10	5.98819E-05	0.0001198	0.000239528	0.000239528	0.00053894	0.000359292	0.000958111	0.000479055	0

Dengan mengalikan nilai Nodal pada matrik Nodal yang bergetar dengan gaya yang diberikan pada struktur batang Kantilever maka didapatkan nilai defleksi dan momen yang terjadi pada Nodal yang bergetar seperti ditunjukkan pada Tabel 3.

Tabel 3. Nilai Defleksi dan Putaran sudut

Titik Nodal	Nilai	Satuan
u3	2.196E-02	m
u4	4.192E-02	rad
u5	7.984E-02	m
u6	7.186E-02	rad
u7	1.617E-01	m
u8	8.982E-02	rad
u9	2.555E-01	m
u10	9.581E-02	rad

Sementara reaksi yang terjadi pada titik tumpu yang menahan gaya pada ujung batang Kantilever (Nodal 9) adalah R = - 100 N yang diperoleh dari perkalian matrik nilai defleksi dan momen dikali dengan Matrik Nodal pada area titik tumpuan dengan mengasumsikan berat batang diabaikan.

Matrik Massa juga dapat disusun menggunakan persamaan berikut (Wen dan Zeng, 2009).

$$[\tilde{M}] = \frac{\rho \cdot A \cdot l}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -13l \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix}$$

Maka dapat disusun matrik massa untuk setiap Nodal seperti Tabel 4.

Tabel 4. Matrik Massa Batang Kantilever

Nomor Nodal		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	R	2.059952	0	0.71306	-0.17166	0	0	0	0	0	0	u1=0
2	0	0.290506	0	0.171663	-0.17166	0	0	0	0	0	0	u2=0
3	0	0.71306	0	4.119904	0	0.71306	-0.17166	0	0	0	0	u3
4	0	-0.17166	-0	0	0.105639	0.171663	-0.17166	0	0	0	0	u4
5	0	0	0	0.71306	0.171663	4.119904	0	0.71306	-0.17166	0	0	u5
6	0	0	0	-0.17166	-0.03961	0	0.105639	0.171663	-0.17166	0	0	u6
7	0	0	0	0	0	0.71306	0.171663	4.119904	0	0.71306	-0.17166	u7
8	0	0	0	0	0	-0.17166	-0.03961	0	0.105639	0.171663	-0.17166	u8
9	100	0	0	0	0	0	0	0.71306	0.171663	2.059952	-0.29051	u9
10	0	0	0	0	0	0	0	-0.17166	-0.03961	-0.29051	0.052819	u10

Dari data nilai matrik massa untuk setiap nodal massa pada tabel diatas yang bergetar, dapat diperoleh matrik massa pada nodal bergetar dengan melakukan fungsi invers seperti ditunjukkan pada Tabel 5.

Tabel 5. Susunan Matrik Massa Nodal Bergetar

Nodal	3	4	5	6	7	8	9	10	F(N)
u3	0.412184	1.530633	-0.08159	3.728113	-1.32733	-4.22901	-7.73215	-60.5849	0
u4	5.226875	56.60952	-1.50659	119.1869	-42.9607	-136.289	-249.278	-1953.59	0
u5	-0.26967	-2.44906	0.326944	-5.11406	1.718095	5.58874	10.20023	79.84846	0
u6	2.946866	26.56219	-0.60019	68.2317	-24.7192	-78.2814	-143.201	-1122.36	0
u7	-0.08619	-0.77321	-0.03673	-2.22105	1.036641	2.293379	4.35154	34.75604	0
u8	0.108883	0.978385	0.023195	2.70954	-2.93387	-10.1995	-18.5146	-144.514	0
u9	-0.03221	-0.28877	-0.01604	-0.83957	0.224934	0.126742	2.488019	14.82705	100
u10	-0.37557	-3.36736	-0.19021	-9.80388	2.405822	0.500956	13.94064	105.053	0

KESIMPULAN

Defleksi terbesar terjadi pada titik nodal nomor 9 (0.2555 m) yang merupakan titik diberikannya gaya dan putaran sudut terbesar terjadi pada titik nodal nomor 10 yaitu sebesar 0.0958 rad. Makin jauh titik nodal dari titik pembebanan maka dihasilkan nilai defleksi dan sudut putar yang lebih kecil dan pada posisi batang dijepit maka pada titik tersebut tidak terjadi sama sekali defleksi. Terlihat juga arah defleksi yang dihasilkan terjadi pada arah yang sama untuk setiap nodal. Dengan asumsi berat batang diabaikan maka reaksi yang terjadi pada titik tumpuan diperoleh besarnya sama dengan gaya yang terjadi pada nodal pembebanan dengan arah yang berbeda. Pemilihan bahan balok, dimensi balok, metode pemasangan balok

serta penentuan beban luar yang diberikan sangat menentukan faktor keamanan konstruksi balok kantilever dan untuk menghindari defleksi yang cukup besar serta terjadi kerusakan pada batang.

DAFTAR PUSTAKA

- Ahmad, K. (2013). Analisis Dinamika Struktur Swing Arm Sepeda Motor Jenis Suspensi MonoShock Menggunakan Metode Elemen Hingga. Jurnal Konversi Energi dan Manufaktur UNJ, Edisi terbit I – Oktober 2013
<https://journal.unj.ac.id/unj/index.php/jkem/article/view/6264>
- Basori, B., Syafrizal, S., & Suharwanto, S. 2015. Analisis Defleksi Batang Lenturmenggunakan Tumpuan Jepit Dan Rolpada Material Aluminium 6063 Profil U Dengan Beban Terdistribusi. Jurnal Konversi Energi Dan Manufaktur, 2(1), 354312.
<https://journal.unj.ac.id/unj/index.php/jkem/article/view/6304>
- Disabella, D., Musa, BP., Febrian O. (2022). Analisis Balok Kantilever dengan Beban Terbagi Merata. G-Tech Jurnal Teknologi Terapan Volume 6, No. 2, Oktober 2022, hal. 324-332 E-ISSN: 2623-064x | P-ISSN: 2580-8737
<https://media.neliti.com/media/publications/558089-analisa-balok-kantilever-dengan-beban-ti-ab03ebc2.pdf>
- Hamzah, A., 2021. Penggunaan Metode Elemen Hingga Pada Struktur Grid Dengan Program Freemat. Vol. 4 No.1 Januari 2021 Rangteknik Journal DOI: <http://dx.doi.org/10.31869/rtj.v4i1.2040> ISSN 2599-2081 Fakultas Teknik UMSB EISSN 2599-2090.
<https://jurnal.umsb.ac.id/index.php/RANGTEKNIKJOURNAL/article/view/2040>
- Guo, T., Meng, L., Cao, J., and Bai, C., 2020. An identification method of the weak link of stiffness for cantilever beam structure. Science Progress 2020, Vol. 103(3) 1–23.
- Kamarudin, A. F., Musa, M. K., Mokhtar, S. N., Chik, T. T., Zuki, S. M., Bakar, A. A., & Johari, H. (2020). Mechanical Properties of Single Shear Plane of Bolted Steel Connection. In IOP Conference Series: Materials Science and Engineering (Vol. 713, No. 1, p. 012031). IOP Publishing <https://Mechanical Properties of Single Shear Plane of Bolted Steel Connection - IOPscience>
- Misdi, Hamzah, A., 2025. Time History Analysis pada Struktur bangunan yang menggunakan Base Isolator. Jurnal Al Ulum LPPM Universitas Al Washliyah Medan Vol.13 No.1 Tahun 2025
- Mustopa, M., & Naharuddin, N. (2005). Analisis Teoritis Dan Eksperimental Lentutan Batang Pada Balok Segiempat Dengan Variasi Tumpuan. MEKTEK, 7(3).
<https://media.neliti.com/media/publications/152749-ID-analisis-teoritis-dan-eksperimental-lend.pdf>
- Saravanan, M.P., Marimuthu, K., and Sivaprakasam, P. (2020). Modeling and analysis of dynamic structure with macro fiber composite for energy harvesting. 2214-7853/ 2020 Elsevier.
<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S2214785320339699#:~:text=rights%20and%20content,Abstract,investigation%20by%20using%20ANSYS%20Simulation.>
- Shinta AP., & I Nyoman DP. (2024). Analisa Standard Mutu Pekerjaan Struktur Terhadap Keberhasilan Pekerjaan Struktur Pada proyek Pembangunan Gedung Kuliah dan Laboratorium. Jurnal Al Ulum LPPM Universitas Al Washliyah Medan Vol.12 No.1 Tahun 2024
- Theodore S., Hendy, W., and Amelia, Y. (2022). Analisa Fondasi Akibat Beban Dinamik Mesin genset di jakarta Timur dan Tangerang. JMTS: Jurnal Mitra Teknik Sipil Vol. 5, No. 2, Mei 2022.
<https://journal.untar.ac.id/index.php/jmts/article/view/16641>

- Tieneng, G., Lingjun, M., Jinxuan, C., and Chunsheng, B. (2020). An identification method of the weak link of stiffness for cantilever beam structure. *Science Progress* 2020, Vol. 103(3) 1–23. <https://journals.sagepub.com/doi/full/10.1177/0036850420952671>
- Tjong, W.F., 2021. *Pengantar Metode Elemen Hingga Untuk Analisa Struktur*. PT. Raja Grafindo Persada Depok —Ed. 1—Cet. 1.—Depok: Rajawali Pers, 2021. xxiv, 524 hlm ISBN 978-623-231-958-5
- Wen, Y., and Zeng, Q.Y. 2009. A High Oder Finite Element Formulation For Vibration Analysis of Beam Type Structure. *International Journal of Structural Stability and Dynamics* Vol. 9, No. 4 (2009) 649-660. World Scientic Publishing Company https://www.worldscientific.com/doi/10.1142/S0219455409003223?srsItd=AfmBOoqMcEeI3Dy-nv-7GcMg73M4SLM4Rmysad6oY1WEueVsf_n-ipKj
- Wong, FT. (2021). *Pengantar Metode Elemen Hingga Untuk Analisa Struktur*. PT. Raja Grafindo Persada Depok —Ed. 1—Cet. 1.—Depok: Rajawali Pers, 2021. xxiv, 524 hlm ISBN 978-623-231-958-5 <https://www.scribd.com/document/520651828/Pengantar-Metode-Element-09-09-2021-Chapter-1-Only>
- Yang, Y., Tian, Y., Liu, X., Song, Y., 2024. Relative sensitivity of nano-mechanical cantilevers to stiffness and mass variation. *International Journal of Mechanical Sciences - Elsevier*. Volume 262, 15 January 2024
- Yusuf, N., Hariadi, H., & Tawar, A. S. A. 2020. Perbandingan Eksperimen Defleksi Batang Kantilever Berprofil Strip Terhadap Persamaan Teoritis Untuk Bahan Fe DAN Al. *Rang Teknik Journal*, 3(1), 89–93. <https://jurnal.umsb.ac.id/index.php/RANGTEKNIKJOURNAL/article/view/1704>
- Zhao, Y., Li, K., Zhang, Z., Wang, Y., Jie, P., Meng, Y., and Lou, Y. (2020). A Structural-Dynamic-Modeling Method for Long Cantilever Beam. 978-1-7281-7293-4/20/\$31.00 2020 IEEE. <https://ieeexplore.ieee.org/document/9303328>